羅馬拼音的同構數學模型

彭玉峰

摘要

羅馬拼音可以拼造出所有的語言，我們將羅馬拼音中常用的五個元音及五個輔音錄製成語音檔，嘗試在時間域中運用數學方法，以C語言撰寫程式，製成數位濾波器，以此將語音資料進行重新編碼與解碼。

關鍵字：羅馬拼音、元音、輔音、數位濾波、尺度、小波、多尺度分析、正交。

壹、　導論

人類與電腦的溝通介面，長久以來一直停留在『文字』模式階段，即使是一般所謂的『程式語言』，仍然沒有跳出『文字』模式的框架，充其量只不過是一種透過文字指令的編寫，而達到控制並操作電腦的溝通方式。但我們在日常生活中所使用最多的溝通方式，卻非文字，而是語言。我太太是世居臺灣的布農族原住民，她們就沒有文字，所有的文化傳承完全是透過村中長老以布農族語述說那一篇篇動聽的小故事；而且在原住民村落的教會中看到的聖經與詩歌本，所使用的也不是一般的漢字，而是用羅馬拼音所拼寫的布農族語，這一點讓我對羅馬拼音產生了好奇。

我發現羅馬拼音在我們的日常生活中其實並不陌生，在每個路口的路標上，都標寫著街道名稱的羅馬拼音；但究竟何謂『羅馬拼音』呢？根據語言學家謝雲飛先生的研究得知，羅馬拼音是應用二十多個拉丁字母，賦與最小的發音單位，稱為『音值』〈謝雲飛，民國84年〉，藉以拼讀出各種語言的正確讀音。而且語言學家又發現各種不同的語言之間儘管都有不同的特殊發音方式，但也有相同的常用的發音，他們發現幾乎在所有的民族中都有五個元音〈A、I 、U、E、O〉以及五個輔音〈S、T、K、L、M、H〉。以下將羅馬字母中比較有固定音值的常用音素，配合國語音值如表一：〈謝雲飛，民國84年〉

羅馬拼音	國際音標	注音符號
A	a	ㄚ
I	i	
U	u	ㄨ
E	e	ㄝ
O	o	ㄛ
S	s	ㄙ
T	t	ㄉ
K	k	ㄍ
L	l	ㄌ
H	h	ㄏ

表　一羅馬拼音與音標注音對照表

基本上語音訊號是一維訊號，站在訊號處理的方法而言，最常被使用的數學方法是z轉換及快速傅立葉轉換〈FFT〉，它們都是將訊號從實際的時間域〈time domain〉，利用基底的轉換，將其變換至頻率域〈frequency domain〉中進行分析與處理。因為我們已知一個簡單的時間與頻率的轉換公式：

$$f = 1 / T; \tag{1.1}$$

其中f為頻率，T為時間周期

是否藉由時間周期與頻率成反比的觀念，我們可以發現可以直接在時間域中進行相對應於頻率域中訊號處理的數學方法。

本篇的研究就是針對羅馬拼音中常用的音值，利用在時間域中基底轉換的數學方法將羅馬拼音的音值進行重新編碼與解碼。

貳、　數學分析方法

一、矩陣計算與旋捲和

　　經由錄音程式所錄製的語音檔是依照時間的先後將聲音的振幅大小以字元的型態儲存。我們可以將它寫成向量的數學符號表示

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} \in R^n \tag{2.1}$$

定義自然基底；e_1，e_2，e_3，・・・・，e_n

定義一：

$$e1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \quad en = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

所以原始訊號有了另一種不同的表示方法：

$$X = x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3 + \cdots + x_n e_n$$

$$= x_1\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\.\\.\\.\\0\end{bmatrix} + x_2\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\\0\\.\\.\\0\end{bmatrix} + x_3\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\\.\\.\\.\\0\end{bmatrix} + \cdots + x_n\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\.\\.\\.\\1\end{bmatrix} \tag{2.3}$$

現在我們將訊號重新表示成為單位矩陣和原始訊號的乘積

$$X = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & & & & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & & & & . & 0\\0 & 0 & 1 & & & & . & .\\. & . & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & . & .\\. & . & . & & & & 0 & .\\. & . & . & & & & 0 & 0\\0 & 0 & . & & & & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & & & & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\\cdot\\\cdot\\\cdot\\x_n\end{bmatrix} \tag{2.4}$$

定義二：旋捲和

$$Y[n] = \sum_k X[n]Z[n-k] \tag{2.5}$$

今針對自然基底的單位矩陣，我們定義基底函數：

$$\Phi(i-j) = \begin{cases}1 & ; \quad i = j\\0 & ; \ otherwise\end{cases} \tag{2.6}$$

其中的i,j為自然數

則訊號 X 可以改寫成『旋捲和』的形式

$$X[i]=\sum_{j}\Phi(i-j)X[j] \quad , \quad \forall\ i=1,2,3,\cdots,n \tag{2.7}$$

由以上的推論，我們可知只要適當選用基底函數，旋捲和與矩陣運算是等效的。

二、數位濾波器

〈一〉定義三：〈STRANG AND NGUYEN，1995〉數位濾波器是一種線性算子，它是由固定長度的濾波係數所構成，而這些濾波係數通常是按照某些條件而自行設定的一組常數；輸出訊號可以藉由濾波係數和輸入訊號做旋捲和獲得。

〈二〉濾波器的種類：

1、低通濾波器：〈STRANG AND NGUYEN，1995〉實質意義為「動態計算輸入訊號的平均數」。假設輸入訊號為X，低通濾波係數為L〔k〕，低通濾波矩陣為L，低頻輸出為Y_L，則數學表示法如下：

$$Y_L[n]=\sum_{k}L[k]X[n-k] \quad \text{等效於} \quad Y_L=LX \tag{2.8}$$

2、高通濾波器：〈STRANG AND NGUYEN，1995〉實質意義為「動態計算輸入訊號的差分數」。假設輸入訊號為X，高通濾波係數為H〔k〕，高通濾波矩陣為H，高頻輸出為Y_H，則數學表示法如下：

$$Y_H[n]=\sum_{k}H[k]X[n-k] \quad \text{等效於} \quad Y_H=HX \tag{2.9}$$

〈三〉正交條件：〈STRANG AND NGUYEN，1995〉設H為高通濾波矩陣，H^T為其轉置矩陣，L為高通濾波矩陣，L^T為其轉置矩陣，I為單位矩陣，O為零矩陣

1、$\mathbf{H\,H^T=I}$ (2.10)

2、$\mathbf{L\,L^T=I}$ (2.11)

3、$\mathbf{L\,H^T=H\,L^T=O}$ (2.12)

三、多尺度分析

〈一〉原理：

因為已知 f ＝ 1 ／ T ，即式(1.1)；即頻率與時間週期成反比。換言之，要想得到較高頻率的訊息，只要再細分時間週期，就可以得到。我想音樂家是最早採用這種方法的人，因為在樂理中有全音符、二分音符、四分音符、八分音符及十六分音符等，藉由音符的切割可以表示出更細緻的聲音變化。因此我們以一個時間周期 T 為基準，每次細分的規則如下：

$$
\begin{array}{ccccccc}
T & \leftrightarrow T/2 & \leftrightarrow T/4 & \leftrightarrow T/8 & \leftrightarrow T/16 & \leftrightarrow T/32 & \leftrightarrow T/64 \\
\Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\
f & 2f & 4f & 8f & 16f & 32f & 64f
\end{array}
$$

如此我們可以在時間域中進行頻率域中的等效運算，這種方式就稱為多尺度分析。

〈二〉濾波係數的重要性質

Gilbert Strang 在1989年的論文中提出的伸張方程式與小波方程式，這兩個方程式，成功的以數學方法構築了多尺度分析。以下就是這兩個方程式及其相對的濾波方式：

1 、伸張方程式〈dilation equation：相當於低頻濾波〉

$$\Phi(x)=\sum_k c_k \Phi(2x-k) \tag{2.13}$$

2 、小波方程式〈wavelet equation：相當於高頻濾波〉

$$W(x)=\sum_k (-1)^k c_k \Phi(2x+k-N+1) \tag{2.14}$$

藉由以上兩個方程式可以得到以下三個重要的性質：〈Gilbert Strang，1989〉

性質一 $\sum_k c_k = 2$ (2.15)

性質二 $\sum_k c_k^2 = 2$ (2.16)

性質三 $\sum_{k}(-1)^{k}k^{m}c_{k}=0$；$m=0$，$1$，$2$，．．． (2.17)

性質四 $\sum_{k}c_{k}c_{k+2n}=0$；$n\neq 0$ (2.18)

〈三〉實作高頻與低頻的濾波係數

今選用數位濾波器的長度為 4 ，則由濾波器的三個性質可以得到以下的聯立方程式：

$$\begin{cases} c_0+c_1+c_2+c_3=2 & \text{由式(2.15)} \cdots\cdots (i) \\ c_0-c_1+c_2-c_3=0 & \text{由式(2.17);令} m=0 \cdots\cdots (ii) \\ -c_1+2c_2-3c_3=0 & \text{由式(2.17);令} m=1 \cdots\cdots (iii) \\ c_0c_2+c_1c_3=0 & \text{由式(2.18);令} n=1 \cdots\cdots (iv) \end{cases}$$

（i）＋（ii） 得到 $2c_0+2c_2=2$ 即 $c_0+c_2=1$ （v）

（i）－（ii） 得到 $2c_1+2c_3=2$ 即 $c_1+c_3=1$ （vi）

（iii）$\Rightarrow$ $-c_1+c_2+c_2-c_3-2c_3=0$

$\Rightarrow$ $-c_1-c_3+2c_2-2c_3=0$

$\Rightarrow$ $-1+2c_2-2c_3=0$

$\Rightarrow$ $c_2-c_3=0.5$ （vii）

由（v）知 $c_2=1-c_0$

（vii）知 $c_3=-0.5+c_2=-0.5+1-c_0=0.5-c_0$

（vi）知 $c_1=1-c_3=1-(0.5-c_0)=0.5+c_0$

將c_2、c_3及c_1代入（iv）

$\Rightarrow$ $c_0c_2+c_1c_3=0$

$\Rightarrow$ $c_0(1-c_0)+(0.5+c_0)(0.5-c_0)=0$

$\Rightarrow$ $c_0-c_0^2+1/4-c_0^2=0$

$\Rightarrow$ $-8c_0^2+4c_0+1=0$

我們得到以下濾波係數

$$c_0=\frac{-4\pm\sqrt{16+32}}{-16}=\frac{-4\pm4\sqrt{3}}{-16}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{4} \quad (2.19)$$

$$c_1=\frac{1}{2}+c_0=\frac{1}{2}+\frac{1\pm\sqrt{3}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{3}}{4} \quad (2.20)$$

$$c_2=1-c_0=\frac{3\mp\sqrt{3}}{4}$$

(2.21)

$$c_3=\frac{1}{2}-c_0=\frac{1}{2}-\frac{1\pm\sqrt{3}}{4}=\frac{1\mp\sqrt{3}}{4} \tag{2.22}$$

由式(2.19)、式(2.20)、式(2.21)與式(2.22)，定義以下的係數來製作濾波矩陣：

$$c_0=\frac{1+\sqrt{3}}{4}\ ,\quad c_1=\frac{3+\sqrt{3}}{4}\ ,\quad c_2=\frac{3-\sqrt{3}}{4}\ ,\quad c_3=\frac{1-\sqrt{3}}{4}$$

我們假設高通濾波矩陣 H 與低通濾波矩陣 L 分別表示如下：

$$L=\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 \\ 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \qquad H=\begin{bmatrix} -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 \end{bmatrix}$$

現在進行正交條件檢驗：

$$LH^T=\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 \\ 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -c_3 & 0 \\ c_2 & -c_3 \\ -c_1 & c_2 \\ c_0 & -c_1 \\ 0 & c_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -2c_1c_3+c_2^2 \\ -c_1^2 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

由式(2.10)、式(2.11)與式(2.12)應該得到下式：

$-c_1^2=0$ 及 $-2c_1c_3+c_2^2=0$

$\Rightarrow c_1=0$ 及 $c_2=0$ （與定義值矛盾）

因此我們推論 H 與 L 必須經過修正，據以滿足正交條件。

今重新定義矩陣如下：

$$H=\begin{bmatrix} -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 \end{bmatrix}$$

$$L=\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

重新進行正交條件的檢驗；

$$LL^T=\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_0 & 0 \\ c_1 & 0 \\ c_2 & c_0 \\ c_3 & c_1 \\ 0 & c_2 \\ 0 & c_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

$$HH^T=\begin{bmatrix} -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -c_3 & 0 \\ c_2 & 0 \\ -c_1 & -c_3 \\ c_0 & c_2 \\ 0 & -c_1 \\ 0 & c_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

$$LH^T=\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -c_3 & 0 \\ c_2 & 0 \\ -c_1 & -c_3 \\ c_0 & c_2 \\ 0 & -c_1 \\ 0 & c_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

由式(2.24)、式(2.25)與式(2.26)驗證出H與L可滿足正交條件：因此我們得到以下的定理：定理一：若濾波係數滿足以下四個性質：

性質一 $\sum_k c_k = 2$ 性質三 $\sum_k (-1)^k k^m c_k = 0$；m＝0，1，2，‧‧‧

性質二 $\sum_k c_k^2 = 2$ 性質四 $\sum_k c_k c_{k+2n} = 0$；$n \neq 0$

定義矩陣型式如下：

$$L=\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & \\ & & \cdot & & & & \cdots \\ & & \cdot & & & & \\ & & \cdot & & & & \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

$$H=\begin{bmatrix} -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 & \\ & & \cdot & & & & \cdots \\ & & \cdot & & & & \\ & & \cdot & & & & \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

則　（1）$\frac{1}{2}HH^T=\frac{1}{2}LL^T=I$ (2.29)

（2）$HL^T=LH^T=0$ (2.30)

由於時間週期切割如下：T→ T／2→ T／4→T／8→．．．→4→2→1

可知訊號長度的分解依次為N→N／2→N／4→N／8→．．．→4→2→1

當定義濾波係數長度為 4，而訊號長度為 2；此時濾波矩陣將無法處理。藉由式(2.15)與式(2.18)，我們得到一個長度為 2 的濾波矩陣：（NEWLAND，1975，1984，1993）

$$令H^T=\begin{bmatrix} -c_1-c_3 \\ c_2+c_0 \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

$$L^T=\begin{bmatrix} c_0+c_2 \\ c_1+c_3 \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

以下為正交條件的驗算式：

$HH^T=(-c_1-c_3)^2+(c_2+c_0)^2$

$= c_1^2 + c_3^2 + c_2^2 + c_0^2 + 2c_1c_3 + 2c_0c_2 = 2$

$LL^T = (c_0 + c_2)^2 + (c_1 + c_3)^2$

$= c_0^2 + c_2^2 + c_1^2 + c_3^2 + 2c_0c_2 + 2c_1c_3 = 2$

$HL^T = (-c_1 - c_3)(c_0 + c_2) + (c_0 + c_2)(c_1 + c_3) = 0$

此外重建訊號的長度依次為1→2→4→8→．．．→N／4→N／2→N

因此在資料重建上也會面臨到相同的問題，此時利用「週期性」（NEWLAND，1975，1984，1993）提出了等效的轉置濾波矩陣：

$$H^T = \begin{bmatrix} -c_3 & & & & -c_1 \\ c_2 & & & & c_0 \\ -c_1 & -c_3 & & & \\ c_0 & c_2 & & & \\ & -c_1 & -c_3 & & \\ & c_0 & c_2 & & \\ & & -c_1 & \cdots & -c_3 \\ & & c_0 & & c_2 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

$$L^T = \begin{bmatrix} c_0 & & & & c_2 \\ c_1 & & & & c_3 \\ c_2 & c_0 & & & \\ c_3 & c_1 & & & \\ & c_2 & c_0 & & \\ & c_3 & c_1 & & \\ & & c_2 & \cdots & c_0 \\ & & c_3 & & c_1 \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

定理二：（MALLAT，1989）

(1)分解演算法：令$A^J = f$，當$j = J$，．．．，1，計算遞迴式

$$A^{j-1} = LA^j, \qquad B^{j-1} = HB^j \tag{2.35}$$

(2)合成演算法；當 $j = 1$，．．．，J，計算遞迴式

$$A^j = L^T A^{j-1} + H^T B^{j-1} \tag{2.36}$$

參、 研究方法

一、使用軟體

（一）採用 ARACK32 的錄音軟體以 8bits 的樣本大小，取樣率為 22050Hz，錄置語音。語音資料為 0 至 255 的字元型態，128 代表聲音的訊號為零。檔案格式為 wav 檔。

（二）程式語言採用 TURBO C。

二、編碼與解碼演算法

(一)演算法 3．1（羅馬拼音音值分解）

輸入：原始語音字元檔

輸出：編碼字元檔

1.讀入字元長度為$N=2^n$的語音資料；若資料長度不足N，以字元資料 128，補足長度至 N。

2．定義高頻、低頻濾波係數

3．While (N>1) do

  3.1 if (N=2)

    3.1.1 利用長度為 2 的濾波矩陣與前級訊號進行旋捲和；得到 D[0]及 D[1]

    3.1.2 $N \leftarrow N/2$

  else

    3.1.3 for j=0 to j<N/2 do

      3.1.3.1 for i=0 to 2*j+4 do 與前級訊號進行旋捲和

    3.1.4 $N \leftarrow N/2$

4．得到分解係數資料；D[1：N]；

(* 以下程序為利用均方根值的方法，將太小的係數清除為零 *)

5． $t \leftarrow 2$；基本能量$\leftarrow D_0^2+D_1^2$；累積能量$\leftarrow 0$

6．For i=t to 2t-1 do 累積能量$\leftarrow$累積能量$+D_i^2$

7．累積能量$\leftarrow$基本能量＋累積能量 ／t

8．If (累積量)$^{0.5}$－(基本量)$^{0.5}$ ＜ ε ／*ε 為過濾常數，由此可決定將太小的係數清除為零*／

then 8.1 for i=t to 2t-1 do Di← 0

8.2 基本能量←累積能量

9．If 2t ≥ N then 進入步驟 10

else 9.1 t←2t

9.2 回到步驟 6 繼續執行

10．i←0；j←1

11．While Di=Dj and j<N do j←j＋1

12．If j>i＋1 and j>5 do

(* 因為編碼原則為 識別碼 1 係數資料 識別碼 2 重複次數＊)

12.1 存「識別碼 1」入編碼矩陣

12.2 存「係數資料」入編碼矩陣

12.3 存「識別碼 2」入編碼矩陣

12.4 存「重複次數」入編碼矩陣

else 存係數資料入編碼矩陣

13．Di←Dj；j←j＋1

14．If j<N then 回步驟 11

else 進入步驟 15

15．針對編編陣列，若發現臨近區段有內容相同的字串，仿照步驟 11 至步驟 14 的原則，以下列方法重新編碼，存入編碼輸出檔；

「識別碼 3」 「重複字串」 「識別碼 4」 「重複組數」 「識別碼 5」

16．If 語音輸入檔結束 then 演算法停止。

else 回到步驟 1 再執行。

（二）演算法 3．2（編碼檔還原成原始語音檔）

輸入：編碼字元檔

輸出：原始語音字元檔

1．定義高頻、低頻濾波係數

2．

2.1 Repeat 讀入「編碼資料」 until 發現「識別碼 3」

2.2 Repeat 紀錄「字串資料」 until 發現「識別碼 4」

2.3 Repeat 紀錄「重複組數資料」 until 發現「識別碼 5」

3．按照「重複組數」，重建鄰近字串

4．

4.1 Repeat 讀入「編碼資料」 until 發現「識別碼 1」

4.2 Repeat 紀錄「字元資料」 until 發現「識別碼 2」

4.3 紀錄「重複字元次數資料」

5．重建重複的字元資料

6．得到濾波係數矩陣資料 D [1：N]

7．l←1

8．While l<N do

if l=1 then 以長度為 2 的轉置的高頻、低頻濾波矩陣分別與D_1和 D_2進行旋捲和，並將結果相加，作為前級係數

Else 將轉置的高、低頻濾波矩陣分別與濾波係數矩陣資料與前級濾波係數行旋捲和，並將結果相加，作為前級係數

9．If 輸入檔結束 then 演算法停止

else 回到步驟 2 再執行。

肆、 研究結果

表二至表十一所列出的結果為十個羅馬拼音原始語音檔、經過演算法 3.1 的編碼檔以及演算法 3.2 的解碼還原檔的相關資料與圖形。從以下表格中的還原檔（ε＝0）的檔案大小以及其還原圖形（ε＝0），可以發現我們已經成功的將語音訊號經過數學模型分解編碼後，再完整地還原。

類　　別	名　稱	檔案大小 (byte)	波 形 圖
原始語音檔 1	A1.wav	18144	圖 1
語音檔 1 的編碼檔	A1cmp.wav（ε＝0）	18056	無
	A1cmp025.wav（ε＝0.25)	3814	無
語音檔 1 的解碼還原檔	A1r.wav（ε＝0）	18144	圖 2
	A1r025.wav（ε＝0.25）	18144	圖 3
原始語音與還原音的差異圖	A1diff.wav	18144	圖 4
	A1diff25.wav	18144	圖 5

表 二 羅馬拼音 A 的相關檔案與圖形

類　　別	名　稱	檔案大小 (byte)	波 形 圖
原始語音檔 1	I1.wav	20040	圖 6
語音檔 1 的編碼檔	I1cmp.wav (ε＝ 0)	20058	無
	I1cmp025.wav (ε＝0.25)	3913	無
語音檔 1 的解碼還原檔	I1r.wav (ε＝ 0)	20040	圖 7
	I1r025.wav (ε＝0.25)	20040	圖 8
原始語音與還原音的差異圖	I1diff.wav	20040	圖 9
	I1diff25.wav	20040	圖 10

表 三 羅馬拼音 I 的相關檔案與圖形

類　　　　別	名　　稱	檔案大小 (byte)	波 形 圖
原始語音檔 1	U1.wav	15732	圖 11
語音檔 1 的編碼檔	U1cmp.wav (ε＝0)	14826	無
	U1cmp025.wav (ε＝0.25)	1103	無
語音檔 1 的解碼還原檔	U1r.wav (ε＝0)	15732	圖 12
	U1r025.wav (ε＝0.25)	15732	圖 13
原始語音與還原音的差異圖	U1diff.wav	15732	圖 14
	U1diff25.wav	15732	圖 15

表 四 羅馬拼音 U 的相關檔案與圖形

<table>
<tr><th>類　　　別</th><th>名　稱</th><th>檔案大小
(byte)</th><th>波 形 圖</th></tr>
<tr><td>原始語音檔 1</td><td>E1.wav</td><td>15264</td><td>圖 16</td></tr>
<tr><td rowspan="2">語音檔 1 的編碼檔</td><td>E1cmp.wav
(ε＝ 0)</td><td>15272</td><td>無</td></tr>
<tr><td>E1cmp025.wav
(ε＝0.25)</td><td>3941</td><td>無</td></tr>
<tr><td rowspan="2">語音檔 1 的解碼還原檔</td><td>E1r.wav
(ε＝ 0)</td><td>15264</td><td>圖 17</td></tr>
<tr><td>E1r025.wav
(ε＝0.25)</td><td>15264</td><td>圖 18</td></tr>
<tr><td rowspan="2">原始語音與還原音的差異圖</td><td>E1diff.wav</td><td>15264</td><td>圖 19</td></tr>
<tr><td>E1diff25.wav</td><td>15264</td><td>圖 20</td></tr>
</table>

表 五 羅馬拼音 E 的相關檔案與圖形

類　　　別	名　稱	檔案大小 **(byte)**	波 形 圖
原始語音檔 1	▯1.wav	14368	圖 21
語音檔 1 的編碼檔	▯1cmp.wav (ε＝ ▯)	14121	無
	▯1cmp025.wav (ε＝0.25)	1885	無
語音檔 1 的解碼還原檔	▯1r.wav (ε＝ ▯)	14368	圖 22
	▯1r025.wav (ε＝0.25)	14368	圖 23
原始語音與還原音的差異圖	▯1diff.wav	14368	圖 24
	▯1diff25.wav	14368	圖 25

表 六 羅馬拼音 O 的相關檔案與圖形

類　　別	名　稱	檔案大小 (byte)	波 形 圖
原始語音檔 1	S1.wav	12120	圖 26
語音檔 1 的編碼檔	S1cmp.wav (ε＝0)	12166	無
	S1cmp025.wav (ε＝0.25)	10209	無
語音檔 1 的解碼還原檔	S1r.wav (ε＝0)	12120	圖 27
	S1r025.wav (ε＝0.25)	12120	圖 28
原始語音與還原音的差異圖	S1diff.wav	12120	圖 29
	S1diff25.wav	12120	圖 30
原始語音與還原音的差異圖	S2diff25.wav	14960	圖 86

表 七 羅馬拼音 S 的相關檔案與圖形

類　　　　　別	名　　稱	檔案大小 **(byte)**	波 形 圖
原始語音檔 1	T1.wav	3720	圖 31
語音檔 1 的編碼檔	T1cmp.wav (ε＝0)	3746	無
	T1cmp025.wav (ε＝0.25)	3540	無
語音檔 1 的解碼還原檔	T1r.wav (ε＝0)	3720	圖 32
	T1r025.wav (ε＝0.25)	3720	圖 33
原始語音與還原音的差異圖	T1diff.wav	3720	圖 34
	T1diff25.wav	3720	圖 35

表 八 羅馬拼音 T 的相關檔案與圖形

類　　別	名　稱	檔案大小 **(byte)**	波 形 圖
原始語音檔 1	K1.wav	4542	圖 36
語音檔 1 的編碼檔	K1cmp.wav (ε＝0)	4600	無
	K1cmp025.wav (ε＝0.25)	2886	無
語音檔 1 的解碼還原檔	K1r.wav (ε＝0)	4542	圖 37
	K1r025.wav (ε＝0.25)	4542	圖 38
原始語音與還原音的差異圖	K1diff.wav	4542	圖 39
	K1diff25.wav	4542	圖 40

表 九 羅馬拼音 K 的相關檔案與圖形

類別	名稱	檔案大小 **(byte)**	波形圖
原始語音檔 1	L1.wav	7936	圖 41
語音檔 1 的編碼檔	L1cmp.wav (ε＝0)	7727	無
	L1cmp025.wav (ε＝0.25)	953	無
語音檔 1 的解碼還原檔	L1r.wav (ε＝0)	7936	圖 42
	L1r025.wav (ε＝0.25)	7936	圖 43
原始語音與還原音的差異圖	L1diff.wav	7936	圖 44
	L1diff25.wav	7936	圖 45

表 十 羅馬拼音 L 的相關檔案與圖形

類　　　別	名　稱	檔案大小 (byte)	波形圖
原始語音檔 1	H1.wav	20854	圖 46
語音檔 1 的編碼檔	H1cmp.wav (ε＝0)	20766	無
	H1cmp025.wav (ε＝0.25)	1688	無
語音檔 1 的解碼還原檔	H1r.wav (ε＝0)	20854	圖 47
	H1r025.wav (ε＝0.25)	20854	圖 48
原始語音與還原音的差異圖	H1diff.wav	20854	圖 49
	H1diff25.wav	20854	圖 50

表 十一 羅馬拼音 H 的相關檔案與圖形

討　　論

從以下十個波形圖：圖 4、圖 9、圖 14、圖 19、圖 24、圖 29、圖 34、圖 39、圖 44 與圖 49，可以知道我們已經成功地將語音訊號，利用在時間域中的數學模型，予以分解及還原。在研究結果以及波形圖中，我們發現儘管羅馬拼音有相同的音值，但卻有不同的檔案大小與波形，因此推論聲音是隨時間變化的函數；也就是說沒有任何兩個聲音是完全相同的。正因為既使同一位發音者都不能保證每一次的聲音都完全相同，這也說明了為何沒有任何人的聲音是完全相同。

由於在頻率域中所使用的快速傅立葉轉換的複雜度為 O(N lg N)，我們即將討論演算法 3.1 及演算法 3.2 的複雜度分析。

演算法 3.1 可以分成四個部份，其複雜度分述如下：

(1)　讀入資料；複雜度為 O(N)，

(2)　計算旋捲和；因為濾波係數的長度為 4，所形成的濾波矩陣為帶狀矩陣，

因為資料量為 $N = 2^n$，所以計算量為

$$N+\frac{N}{2}+\frac{N}{4}+\frac{N}{8}+\cdot\cdot\cdot+4+2+1=\frac{1\times(1-2^{\lg N})}{1-2}=N$$

所以複雜度為 O(N)，

(3) 過濾係數的計算量和旋捲和相同；複雜度為 O(N)，

(4) 編碼後存檔；複雜度為 O(N)。

演算法 3.2 可以分成三個部份，其複雜度分述如下：

(1) 讀入資料；複雜度為 O(N)，

(2) 解碼暫存；複雜度為 O(N)，

(3) 計算旋捲和後存檔；因為濾波係數的長度為 4，所形成的濾波矩陣為帶狀矩陣所以複雜度為 O(N)。

因此我們可以得到演算法 3.1 和演算法 3.2 的複雜度都是 O(N)。因此可以推論在實際的應用上在時間域上的演算法 3.1 和演算法 3.2 和頻率域的快速傅立葉轉換，並無太大的差異。

在波形圖中，過濾係數 $\varepsilon = 0.25$ 與過濾係數 $\varepsilon = 0$ 的圖形，在視覺上而言差異不大，但在表二至表十一，過濾係數 $\varepsilon = 0.25$ 時，我們發現編碼檔的檔案大小，有明顯的變化。由壓縮率的定義：

(編碼檔大小－原檔案大小)／原檔案大小

我們可以得到表十二的結果：

羅馬拼音	檔案名稱	壓縮率
A	A1	79%
A	A3	70%
I	I 1	80%
I	I 2	87%
U	U1	83%
U	U3	83%
E	E1	74%
E	E3	74%
O	O1	87%
O	O3	86%
S	S1	16%
S	S2	34%
T	T1	5%
T	T2	45%
K	K1	36%
K	K2	33%
L	L1	88%
L	L2	86%
H	H1	92%
H	H2	48%

表 十二羅馬拼音以過濾係數 $\varepsilon=0.25$ 的壓縮率一覽表

從表十二可以發現，大多數的元音經過編碼後，大部份的編碼係數均相同或為零，但大多數的輔音經過編碼後，編碼係數之間卻有很大的差異。因此我們推論元音的變化比輔音規律，比較容易處理。

伍、結　　論

我們從上述的討論中，可以歸納出以下三點：

（一）語音訊號是隨時間變化的函數，它所包含的訊息也是隨時間而不斷的變化；因此給一個語音訊號，就可以得到一個對應的數學編碼。

（二）我們所發展的演算法其時間複雜度屬於 O(N)，可以將語音訊號分解與還原，並且可以將其應用在語音資料壓縮。

（三）大多數的元音經過數學模型轉換後，編碼係數具有週期性。但是大多數的輔音經過數學模型轉換後，編碼係數的週期性就不太不明顯，利用這種特性我們可以應用在元音與輔音的語音辨識上。

雖然已經發現可以處理語音訊號的數學模型，但這只是第一步，仍然有許多的問題需要釐清，這些問題也是未來研究的方向；例如是否可以發現將輔音經過某種轉換，而得到週期變化的轉換係數？語音訊號隨著時間變化，是否可以將語音訊號轉換成為與時間無關的函數？如果可能發現它們的相關性，語音的分析與合成，在應用上將有一番新發展。

陸、 參考文獻

西文：

1.Ali N.Akansu and Richard A.Haddad ,’Multiresolution Signal Decomposition’ Academic Press,(1992)

2.D.E.Newland,’Random Vibrations,Spectral & Wavelet Analysis’,Loman Scientific & Technical (1994)

3.E.Oran Brigham,’The Fast Fourier Transform and Its Application’,Prentice-Hall (1988)

4.Gilbert Strang and Truong Nguyen,’Wavelet and Filter Banks’,Wellesley Cambridge ,(1996)

5.Mallat S.,’A theory for Multiresolution Signal Decomposition:The Wavelet Representation ‘,IEEE Trans.Pattern Anal. And Machine Intell,Vol.11,1989,674-93

6.Strang G.,Wavelet and Dilation Equation:A Brief Introduction’,SIAM Review,Vol. 31,1989,No.4, 614-627

7.Sara Baase,’Computer Algorithm :Introduction to Design and Analysis’,Addison Wesley(1988)

8.Stephen H. Friedberg and Arnold J.Insel and Lawrence E. Spence,’Linear Algrbra’, Prentice –Hall,(1989)

9.Thomas H. Cormen and Charles e. Leiserson and Ronald L. Rivest,’Introduction Algorithm’, MIT,1990

中文：

1.黃永達(譯),’信號與系統’,東華書局,(1998)

2.單維章,’凌波初步,全華科技圖書,(1999)

3.彭玉峰,’小波理論在語言資料壓縮上的應用’,國立成功大學應用數學所,1995

4.蕭世文,’聲霸卡程式設計實務音效發展與應用’,旗標出版社,(1995)

5.謝雲飛,’羅馬拼音字母的音値(上)’,中國語文,76:6,民國 84.6,pp17-20

6.謝雲飛,’羅馬拼音字母的音値(下)’,中國語文,77:1,民國 84.7,pp14-17